

BIFURCACIONES VÍA FORMAS NORMALES DE SISTEMAS DE LOTKA-VOLTERRA. ISABEL CHECA CAMACHO

Este trabajo se enmarca dentro de la teoría cualitativa de ecuaciones diferenciales, y más concretamente en el estudio de las bifurcaciones de un sistema de ecuaciones diferenciales autónomo.

La teoría de bifurcaciones es un campo matemático que estudia los cambios en la estructura topológica de las soluciones de un determinado problema evolutivo según la variación de los parámetros que definen a la ecuación diferencial asociada al problema. Generalmente en referencia a sistemas dinámicos, una bifurcación se da cuando una pequeña variación en los valores de los parámetros de un sistema causa un brusco cambio “cualitativo” o topológico en su comportamiento. Esta teoría de bifurcaciones comienza a finales del siglo XIX con Henri Poincaré y continúa, en una etapa más moderna, con Andronov y Pontriaguin.

En este trabajo analizaremos la bifurcación de Hopf en un sistema concreto de Lotka-Volterra. Aplicaremos la teoría de la bifurcación de Takens-Bogdanov en un sistema Lotka-Volterra general y particularizaremos para un sistema concreto.

Para el estudio de las distintas bifurcaciones haremos uso de dos técnicas matemáticas, como son la teoría de la variedad de centros y el método de las formas normales. Ambas nos permiten la simplificación de las expresiones analíticas de los sistemas dinámicos y, por tanto, de su estudio. La teoría de la variedad de centros nos da un camino para reducir la dimensión del sistema con el que trabajamos y el método de las formas normales nos permitirá eliminar aquellos términos que no afectan significativamente al comportamiento de nuestro sistema en el punto de estudio.

Por último, estudiaremos el problema de centro en un sistema Lotka-Volterra degenerado, es decir, determinaremos cuándo un punto crítico tipo centro-foco es un centro, y en caso de serlo, determinaremos si es centro isócrono.